١١ التطبيقات الفيزياويه للمشتقه N

- السرعة والتعجيل :-

اذا كانت $S = f(t)$ مسافه (ازاحه) دالة للزمن (قانون الحركه لجسم متحرك خلال (t) من الزمن) فان السرعة هي مشتقة المسافه بالنسبه للزمن .

عندما المسافه = S
الزمن = t

السرعة $V = \frac{ds}{dt}$

اما التعجيل فهو مشتقة السرعة او المشتقة الثانيه للمسافه

التعجيل $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$

مشتقة مشتقة

S → V → a

س/ جد سرعة جسم يتحرك وفق العلاقه التاليه

$$S = (t^2+1)^4$$

عندما $t=1$

الحل $V = \frac{ds}{dt} = 4(t^2+1)^3 \cdot 2t$

$$V = 8t(t^2+1)^3$$

نعوض فيه t ← $V = 8 \times 1 (1^2+1)^3$

$$= 8 \times (2)^3$$

$$= 8 \times 8$$

$$V = 64$$

س / جسم يتحرك وفق العلاقة التالية

$$S = t^3 - 4t^2 - 3t$$

جد تعجيل الجسم في اللحظة التي تصبح بسرعته صفراً .

الحل

$$V = \frac{dS}{dt} = 3t^2 - 8t - 3$$

عندما V = صفر

$$3t^2 - 8t - 3 = 0$$

$$(3t+1)(t-3) = 0$$

اما $(3t+1) = 0 \Rightarrow 3t = -1 \Rightarrow t = -\frac{1}{3}$ يهمل لانه سالب

او $t - 3 = 0 \Rightarrow t = 3$

نجد التعجيل $a = \frac{dV}{dt} = 6t - 8$

$$a = 6(3) - 8 = 18 - 8 = 10$$

س / جسم يتحرك وفق العلاقة التالية :-

$$S = 80t - 20t^2$$

١- جد اقصى ارتفاع يصله الجسم

٢- التعجيل بعد 3 sec

الحل

① $V = \frac{dS}{dt} = 80 - 40t$

ملاحظة :- الجسم عندما يصل الى اعلى ارتفاع فان سرعته تساوي صفر

$$80 - 40t = 0$$

$$80 = 40t \Rightarrow t = \frac{80}{40} = 2 \text{ sec}$$

نعوض t بالمعادلة الرئيسية $S = 80(2) - 20(2)^2$

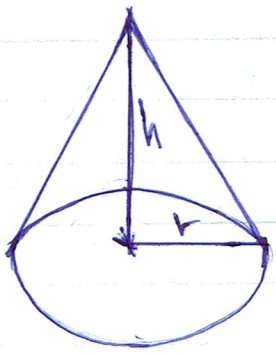
$$= 160 - 80 = 80$$

② ايجاد التعجيل $a = \frac{dV}{dt} = -40$

$$a = -40$$

* ايجاد معدل التغير باستخدام مشتقة الدالة .

س / مخروط دائري قائم ارتفاعه ضعف نصف قطر قاعدة . جد معدل تغير حجمه بالنسبة الى نصف قطر قاعدته .



الحل

حجم المخروط = $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\because h = 2r$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 (2r)$

$V = \frac{2}{3}\pi r^3$

$\frac{dV}{dr} = (\frac{2}{3}\pi) \cdot 3r^2$

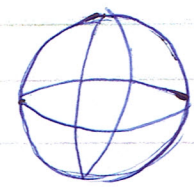
$= 2\pi r^2$

س / كرة حجمها (V) نصف قطرها (r) اوجد قيمة معدل تغير حجمها الى نصف قطرها عندما تكون فيه $r = \sqrt{5}$

الحل =

حجم الكرة = $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{dV}{dr} = (\frac{4}{3}\pi) \cdot 3r^2$



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$= 4\pi r^2$

$= 4\pi \cdot (\sqrt{5})^2$

$= 4\pi * 5 \quad = 20\pi$

التطبيقات الهندسية للمشتقة

1- ايجاد ميل المماس عند نقطة التماس من اشتقاق الدالة وتعويض قيمة (X) في المشتقة، حيث ان المشتقة = الميل

$$m_t = \frac{dy}{dx}$$

2- ايجاد معادلة المماس للمنحنى من القانون التالي:-

$$y - y_1 = m_t (X - X_1)$$

3- ايجاد معادلة العمود على المماس من القانون التالي

$$y - y_1 = -\frac{1}{m_t} (X - X_1)$$

س1/ جد معادلة المماس والعمود للمنحنى $y = 2X^2 + 4X - 3$ عند نقطة التماس $(1,3)$

الحل/

نعوض قيمة x للحصول على m_t ← $\frac{dy}{dx} = 4X + 4$

$m_t = 4(1) + 4 = \underline{8}$ ← ميل المماس

نعوض قيمة m_t, y, X للحصول على معادلة المماس ← قانون معادلة المماس ← $y - y_1 = m_t (X - X_1)$

$y - 3 = 8(X - 1) \Rightarrow y - 3 = 8X - 8$

$8X - y - 8 + 3 = 0 \Rightarrow 8X - y - 5 = 0$ ← معادلة المماس

← قانون معادلة العمود ← $y - y_1 = \frac{1}{m_t} (X - X_1)$

$y - 3 = \frac{-1}{8} (X - 1)$

$8y - 24 = -X + 1$

$8y - 24 + X - 1 = 0 \Rightarrow X + 8y - 25 = 0$